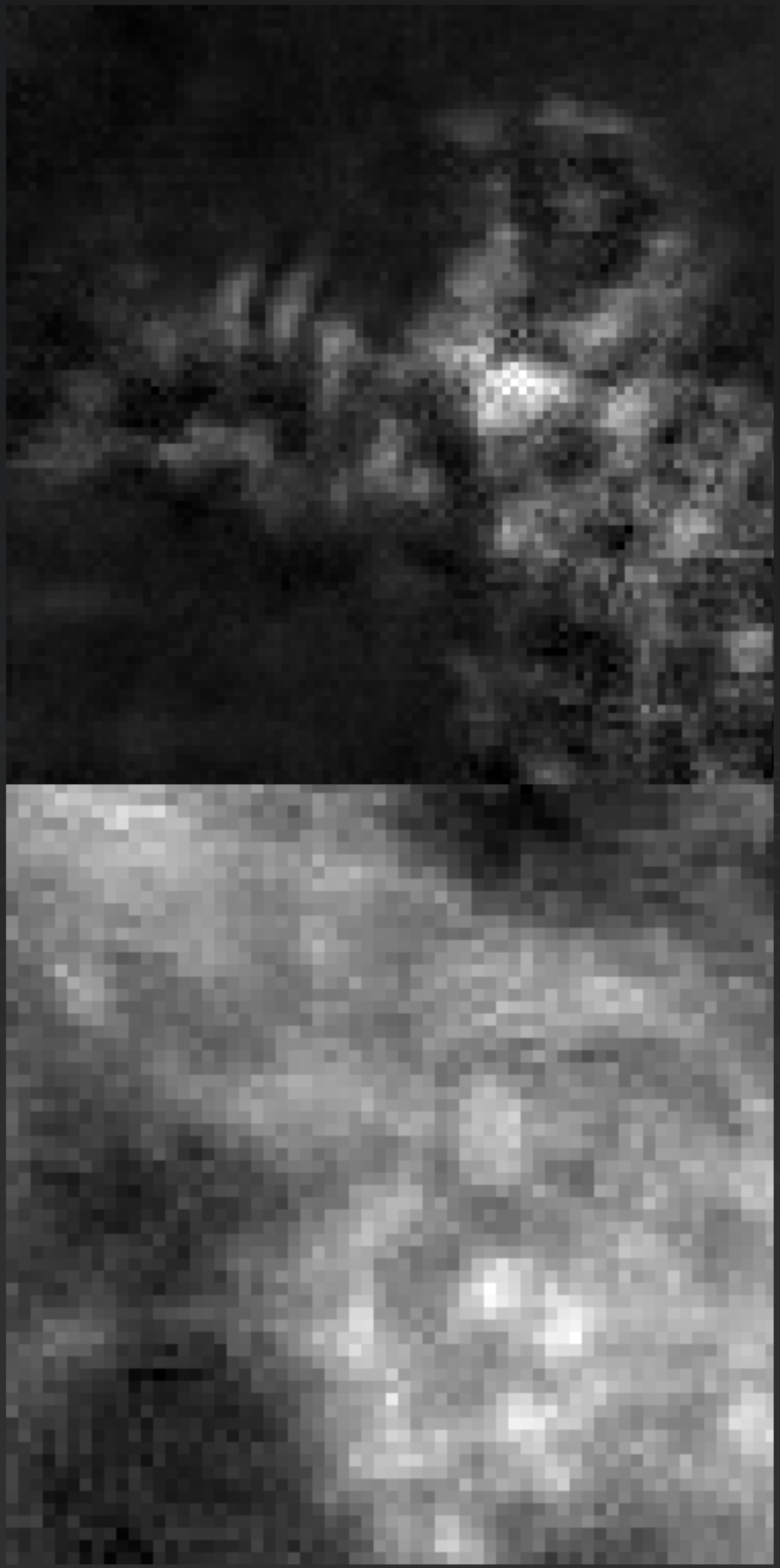
Clara Carlier
M1 Mathématiques Appliquées



# PRÉSENTATION ORALE DU STAGE

# DÉBRUITAGE POUR L'IMAGERIE HYPERSPECTRALE

Le 29 août 2019

# PLAN

1. Contexte du stage
2. Présentation du sujet et de la problématique
3. Méthodes utilisées et les modèles mathématiques associés
4. Validation de l'algorithme A-BM3D
5. Résultats sur les données réelles
6. Généralisation de la démarche aux différentes natures de bruit
7. Conclusion
8. Améliorations et changements possibles

# CONTEXTE DU STAGE

- Encadré par Nathalie Brun (CNRS CRCN)
  - Équipe de Microscopie Électronique : STEM
  - Laboratoire de Physique des Solides, CNRS à Orsay

- Collaboration avec une Équipe de Signal et Communications
  - Institut de Recherche en Informatique de Toulouse
  - INP - ENSEEIHT

# PRÉSENTATION DU SUJET

- Microscopie électronique :
  - Techniques expérimentales : détection des signaux issus de l'interaction d'un faisceau électronique avec la matière contenue d'un échantillon
  - Informations structurales et/ou spectroscopiques
- Signaux intéressants : électrons diffusés inélastiquement $\Longrightarrow$ EELS

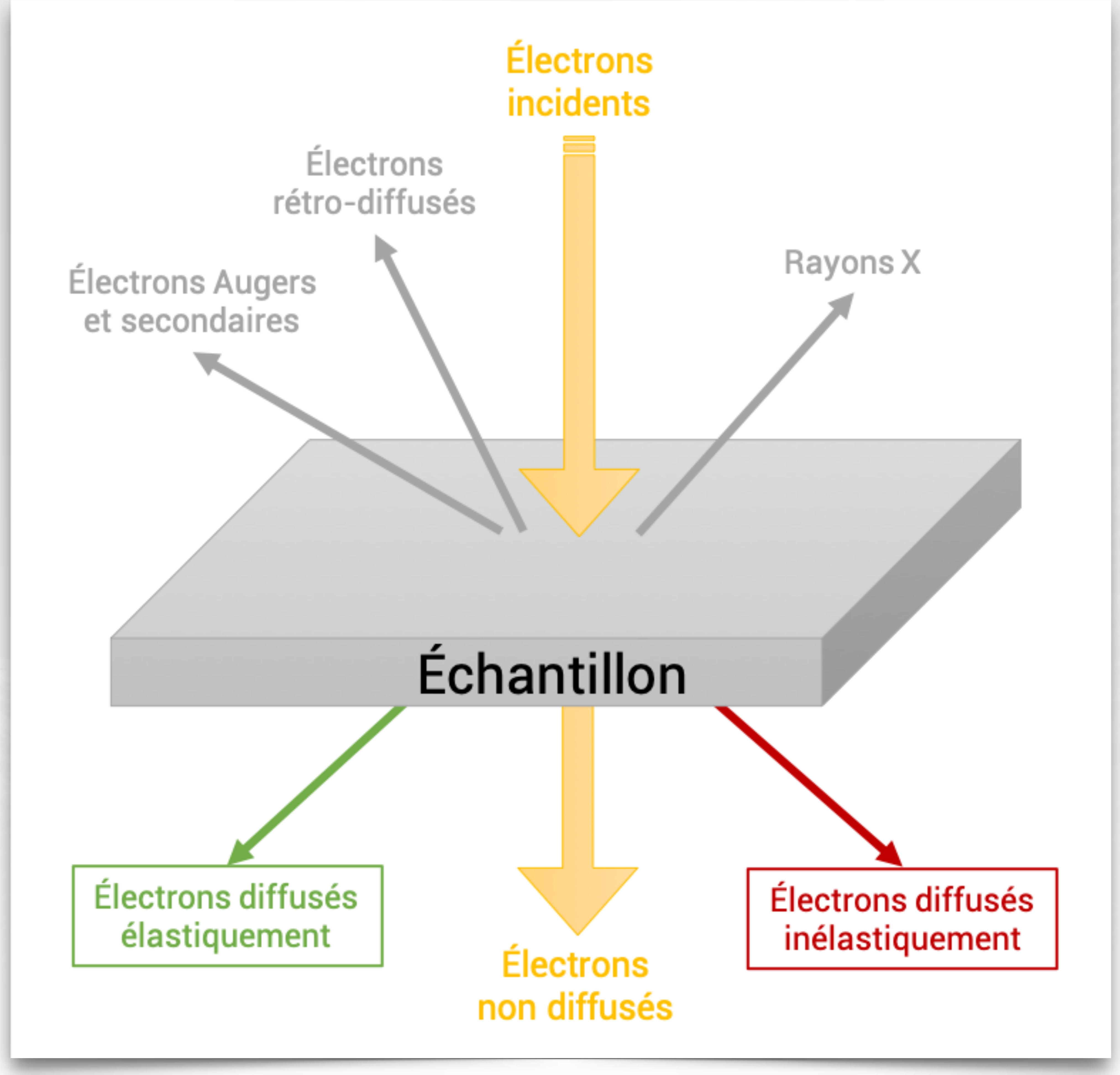



Figure 1 : Signaux émis lors de l'interaction d'un faisceau électronique avec la matière

# PRÉSENTATION DU SUJET

- Spectroscopie EELS (Electron Energy Loss Spectroscopy)
  - Mesure de la quantité d'énergie perdue par les électrons incidents sur l'échantillon
  - La sonde balaie une zone choisie de l'échantillon
  - Chaque position de la sonde donne un spectre
- Spectre = courbe des pertes d'énergie
- Identifier la nature chimique des éléments présents dans l'échantillon (carte chimique)

Pics caractéristique du titane

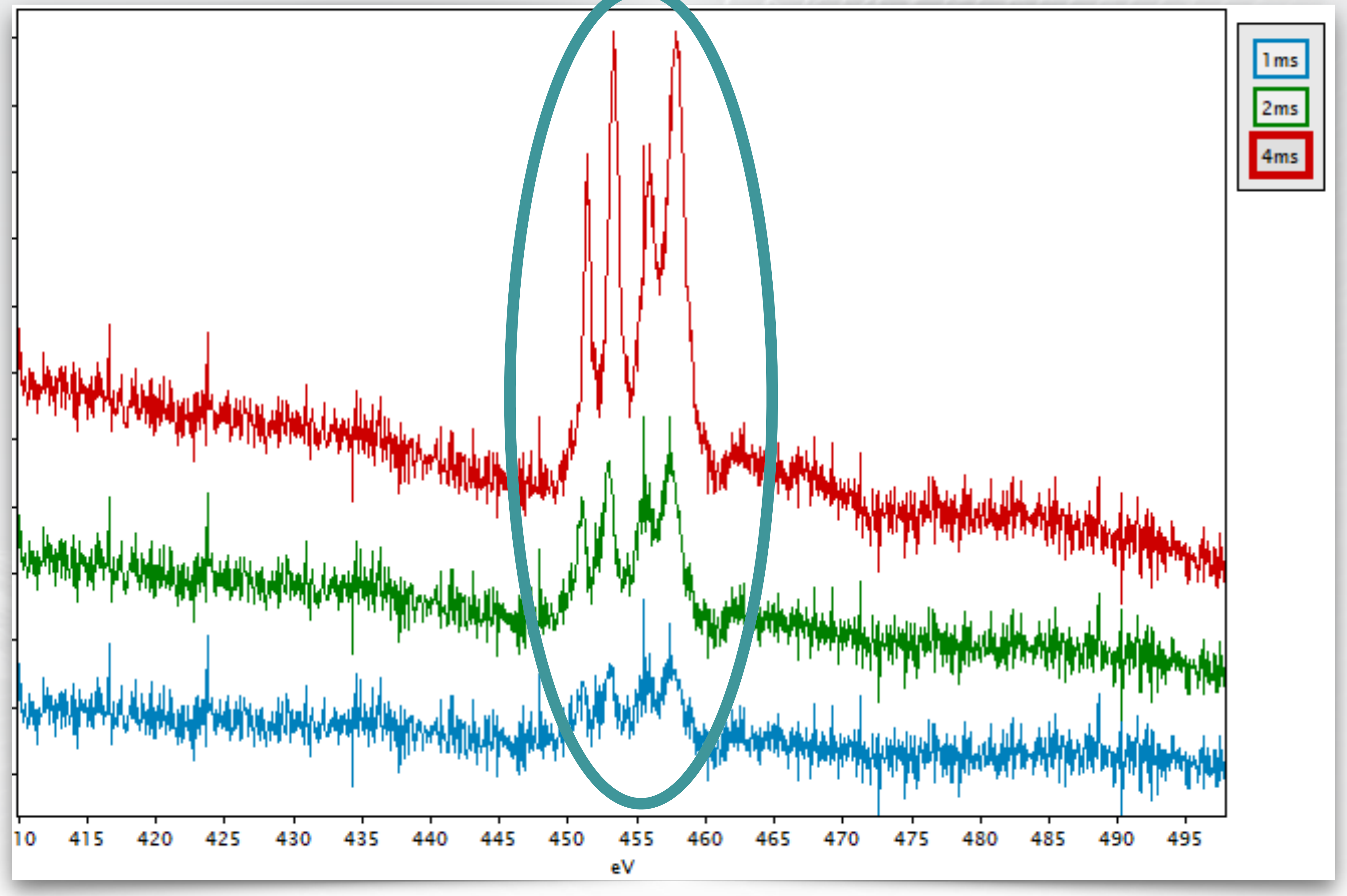



Figure 2 : Exemples de spectres pour différents temps d'acquisition

# PRÉSENTATION DU SUJET

- Quatre microscopes : différentes caractéristiques et des champs d'application spécifiques
- Microscope STEM (Scanning Transmission Electron Microscope) : analyse structurale et chimique (EELS), résolution de 1 nm à moins de 0.1 nm
- Deux microscopes STEM :
  - Différentes résolutions spatiales et spectrales
  - Différentes caméras d'acquisition
- Endommagement des échantillons :
  - Temps d'acquisition et courant du faisceau électronique limités
  - Les données des échantillons fragiles/sensibles sont très bruitées

# PRÉSENTATION DU SUJET

- Quatre microscopes : différentes caractéristiques et des champs d'application spécifiques
- Microscope STEM (Scanning Transmission Electron Microscope) : analyse structurale et chimique (EELS), résolution de 1 nm à moins de 0.1 nm
- Deux microscopes STEM :
  - Différentes résolutions spatiales et spectrales
  - Différentes caméras d'acquisition

→ Données différentes : signal ou bruit

- Endommagement des échantillons :
  - Temps d'acquisition et courant du faisceau électronique limités
  - Les données des échantillons fragiles/sensibles sont très bruitées

# PRÉSENTATION DES DONNÉES À TRAITER

- Image hyperspectrale ou hypercube ou Spim :
  - L = nombre de lignes
  - C = nombre de colonnes
  - P = L x C = nombre de pixels
  - B = nombre de bandes/spectres
- Balayage sur le dessus du cube
- Deux types d'informations à débruiter :
  - Spatiales
  - Spectrales

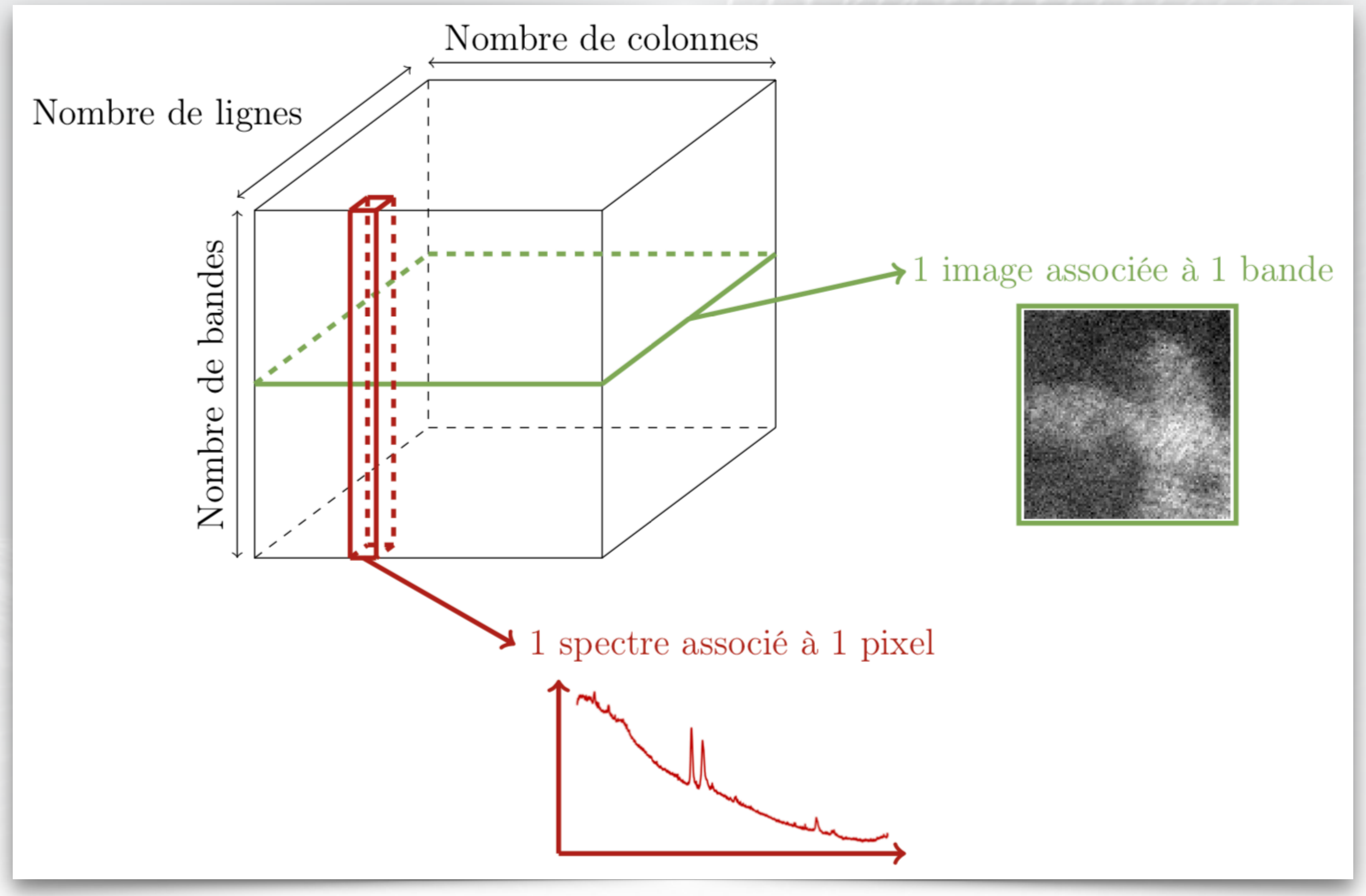
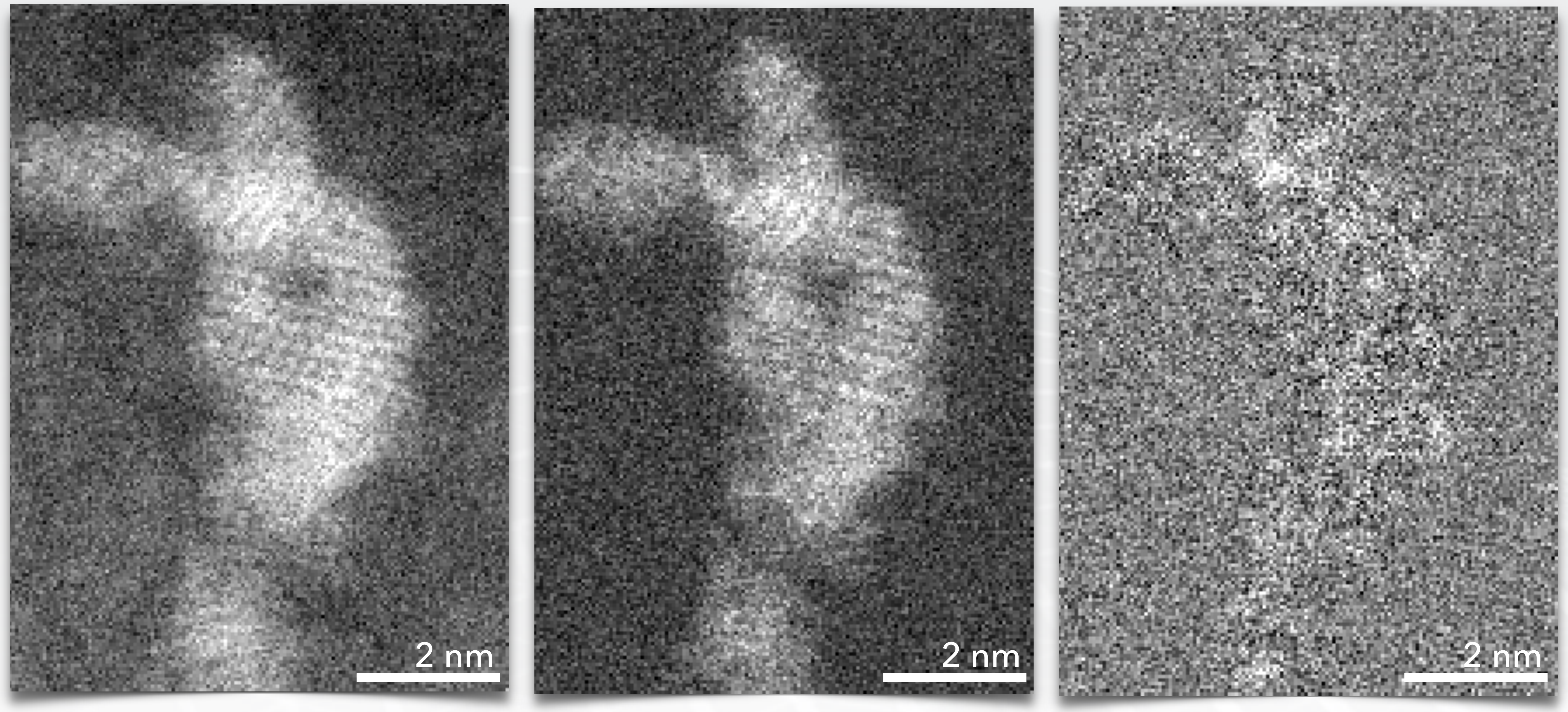



Figure 3 : Schéma de l'hypercube

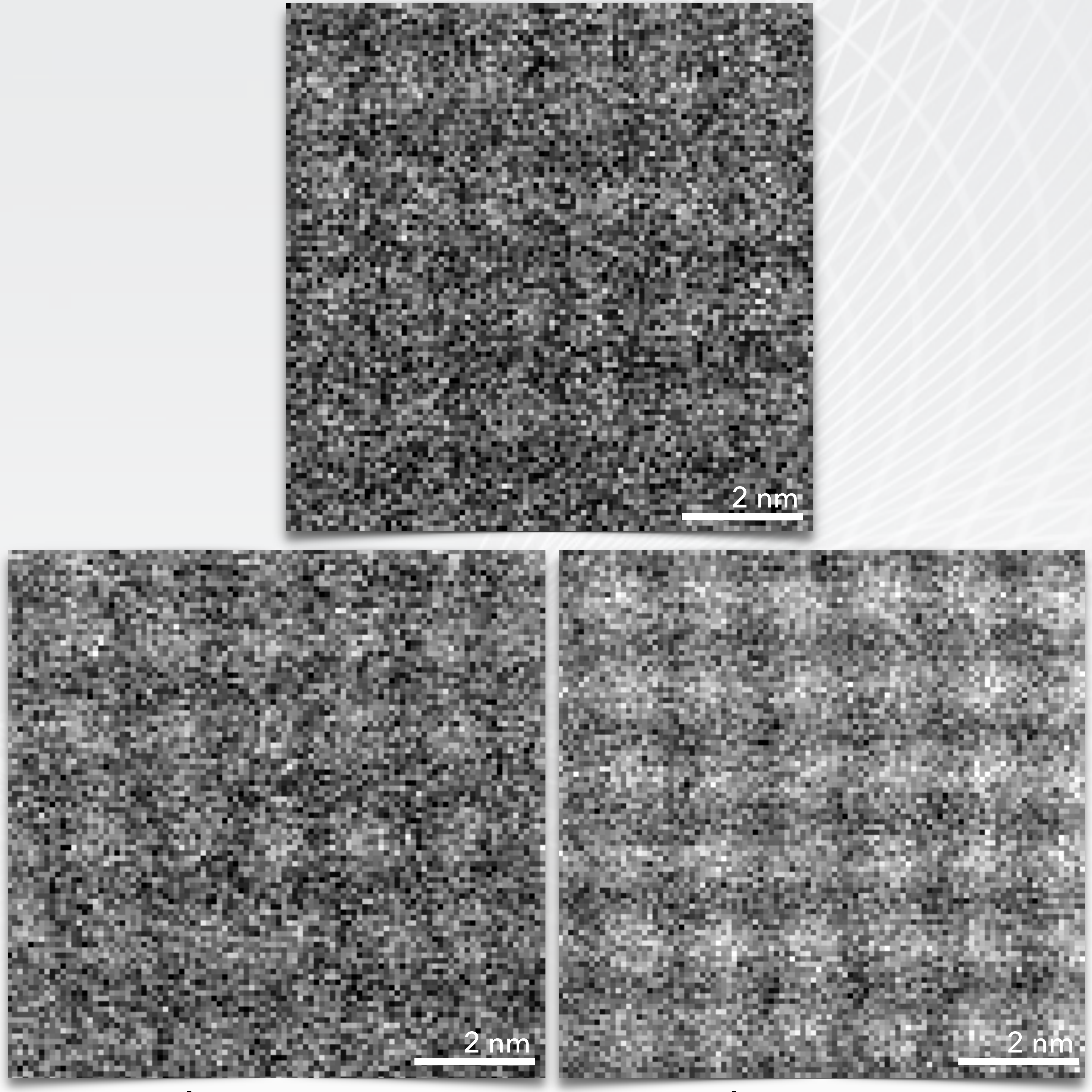
# EXEMPLES D'IMAGES




Première bande de l'hypercube | Carte du cérium | Carte du samarium

Figure 4 : Différentes images du Spim SmCeO2

Temps d'acquisition 1 ms




Temps d'acquisition 2 ms | Temps d'acquisition 4 ms

Figure 5 : Carte du titane pour différents temps d'acquisition

# DÉBRUITAGE

- De nombreuses méthodes existent :

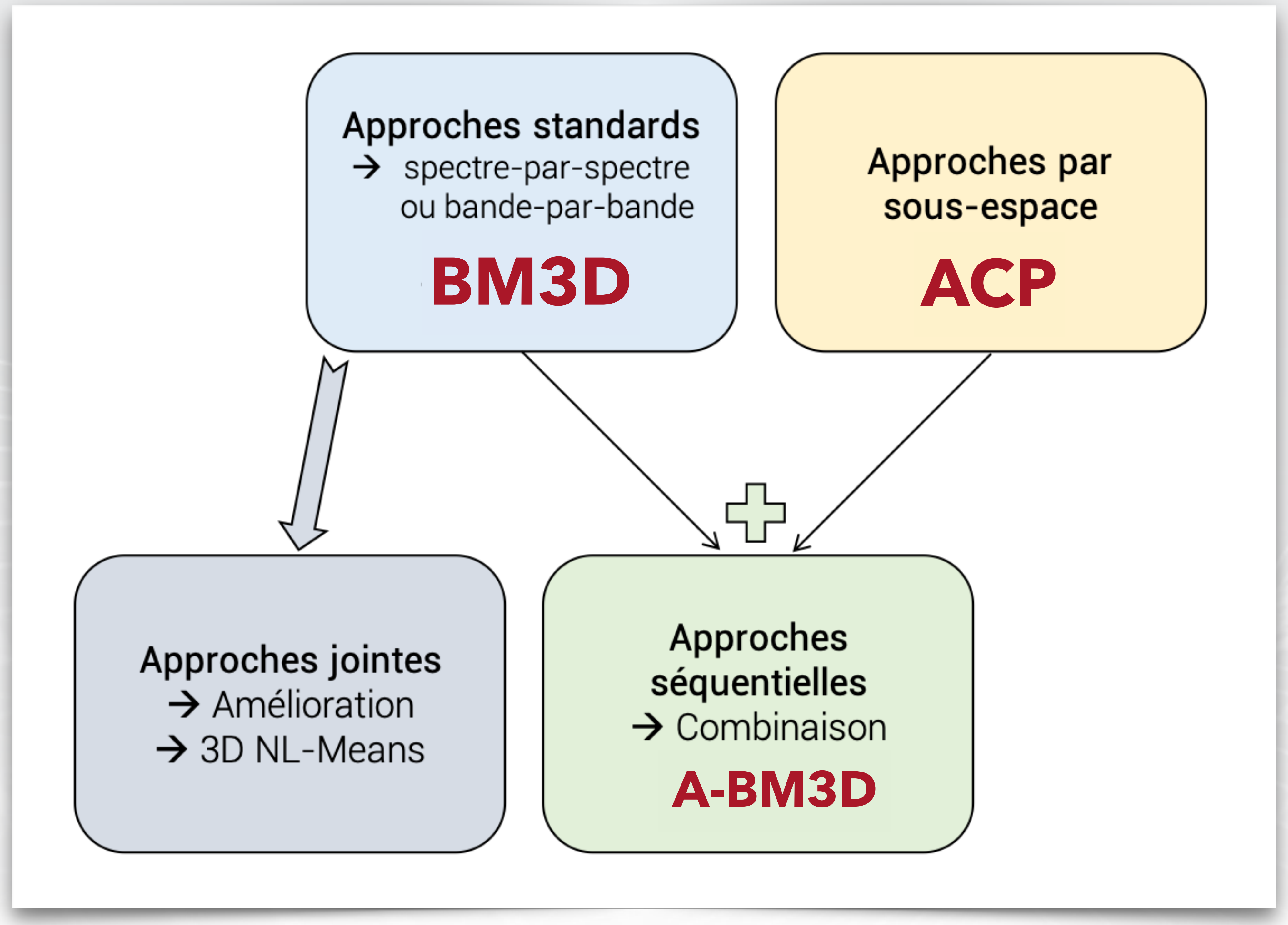



Figure 6 : Schéma récapitulatif des différentes approches de débruitage

- ACP : plutôt simple à paramétrer et à utiliser
- <u>Objectif</u> : tester des méthodes qui ont plus de paramètres, plus délicats à déterminer

# MODÈLES MATHÉMATIQUES

- La matrice Y :
  - Elle contient les données bruitées de l'hypercube redimensionné en 2D
  - Elle est de taille P lignes et B colonnes (P = nb. de pixels, B = nb. de bandes)

- La matrice X est inconnue et correspond aux données non bruitées
- Estimation de X afin de débruiter Y : $\widehat{X} = f_\theta(Y)$

# MODÈLES MATHÉMATIQUES

- La matrice Y :
  - Elle contient les données bruitées de l'hypercube redimensionné en 2D
  - Elle est de taille P lignes et B colonnes (P = nb. de pixels, B = nb. de bandes)

- La matrice X est inconnue et correspond aux données non bruitées
- Estimation de X afin de débruiter Y : $\widehat{X} = f_\theta(Y)$

- Bruit gaussien additif : $Y = X + \varepsilon$ où $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$
- Bruit poissonien : $Y = \mathcal{P}(X)$
- Bruit mixte, poissonien et gaussien :

$Y = \alpha\mathcal{P}(X) + \varepsilon$ avec $\alpha > 0$ et $\varepsilon$ bruit gaussien additif

# DÉBRUITAGE SPATIAL STANDARD

- Elles débruitent les informations spatiales
- Choix d'une méthode à patchs : BM3D[1]
  - Application bande-par-bande
  - Nécessite 1 paramètre : l'écart-type estimé du bruit *(noté* **`sigma`***)*
  - Adapté au bruit gaussien additif

[1] K. Dabov, A. Foi, V. Katkovnik and K. Egiazarian, « Image Denoising by Sparse 3-D Transform-Domain Collaborative Filtering » IEEE Transactions on Image Processing, 16(8) :2080-2095, août 2007.

# DÉBRUITAGE SPATIAL STANDARD

- Elles débruitent les informations spatiales
- Choix d'une méthode à patchs : BM3D[1]
  - Application bande-par-bande
  - Nécessite 1 paramètre : l'écart-type estimé du bruit *(noté* **`sigma`***)*
  - Adapté au bruit gaussien additif

- Pour estimer l'écart-type du bruit : Median Absolute Déviation (MAD)
  - Statistique robuste en présence de données aberrantes
  - MAD calculé sur une bande sélectionnée :

$$\text{MAD}(Y^b) = \text{med}\left( |\, Y_p^b - \text{med}(Y^b) \,| \right) \tag{1}$$

  - Estimation de l'écart-type :

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = 1.4826 \times \text{MAD}(Y^b) = \text{MAD}(Y^b) \;/\; 0.67448 \tag{2}$$

[1]K. Dabov, A. Foi, V. Katkovnik and K. Egiazarian, « Image Denoising by Sparse 3-D Transform-Domain Collaborative Filtering » IEEE Transactions on Image Processing, 16(8) :2080-2095, août 2007.

# ALGORITHME BM3D

a) Création de plusieurs patchs sur l'image (ils peuvent se recouvrir)

b) Pour chaque patch donné : empilement des patchs similaires dans un tableau 3D (groupe)

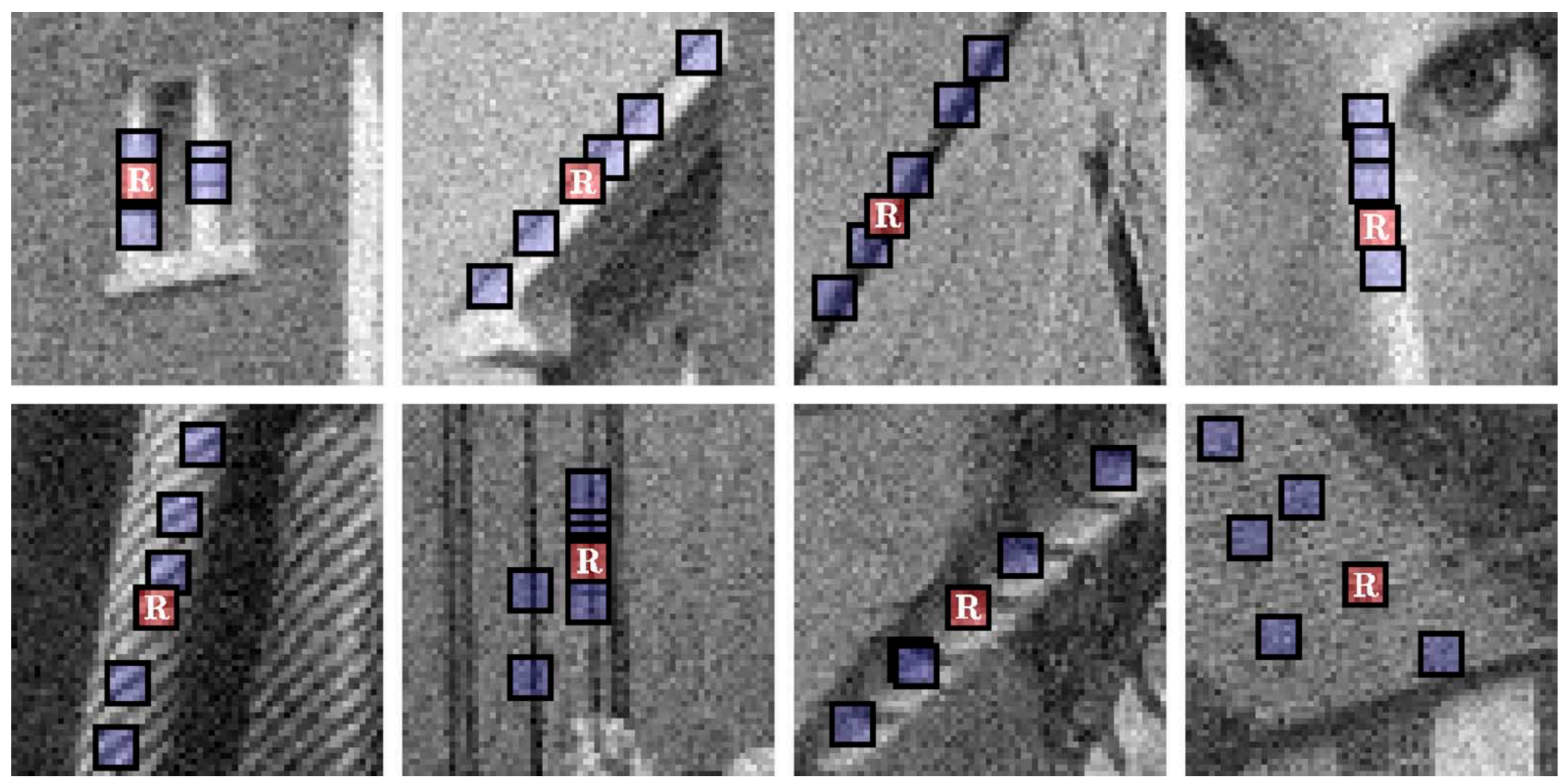


Figure 7 : Exemples des étapes a) et b) de l'algorithme de BM3D

c) Pour chaque groupe formé : estimation de ce type de patch par filtrage collaboratif

d) Renvoie des estimations à leur emplacement d'origine

e) Agrégation des estimations qui se chevauchent afin d'obtenir une estimation de l'image entière

# ALGORITHME BM3D

- ATTENTION ! Les données bruitées doivent être incluses dans $[0,1]$ ou $[0,255]$ :

$$Y' = \frac{Y - \min Y}{\max\left(Y - \min Y\right)} \tag{3}$$

- Estimation réalisée par MAD doit être modifiée également, dans $[0,255]$ :

$$\texttt{sigma} = \frac{255 \times \hat{\sigma}_\varepsilon}{\max\left(Y - \min Y\right)} \tag{4}$$

# FILTRAGE DU SIGNAL : DÉBRUITAGE SPECTRAL

- Prendre en compte la corrélation spectrale
- Une méthode : l'Analyse en Composantes Principales
  - Composantes principales : porteuses de l'information importante = le signal
  - Composantes non retenues : porteuses du bruit
  - Débruite les informations spectrales et projette les données dans un espace de dimension inférieure
- Démarche mathématique :
  - ACP classique avec le calcul des valeurs et vecteurs propres de la matrice de corrélation
  - Projection des données bruitées dans l'espace choisi *($K$ le nombre de composantes)*
  - Application de l'algorithme de débruitage spatial standard (BM3D)
  - Puis ACP inverse :

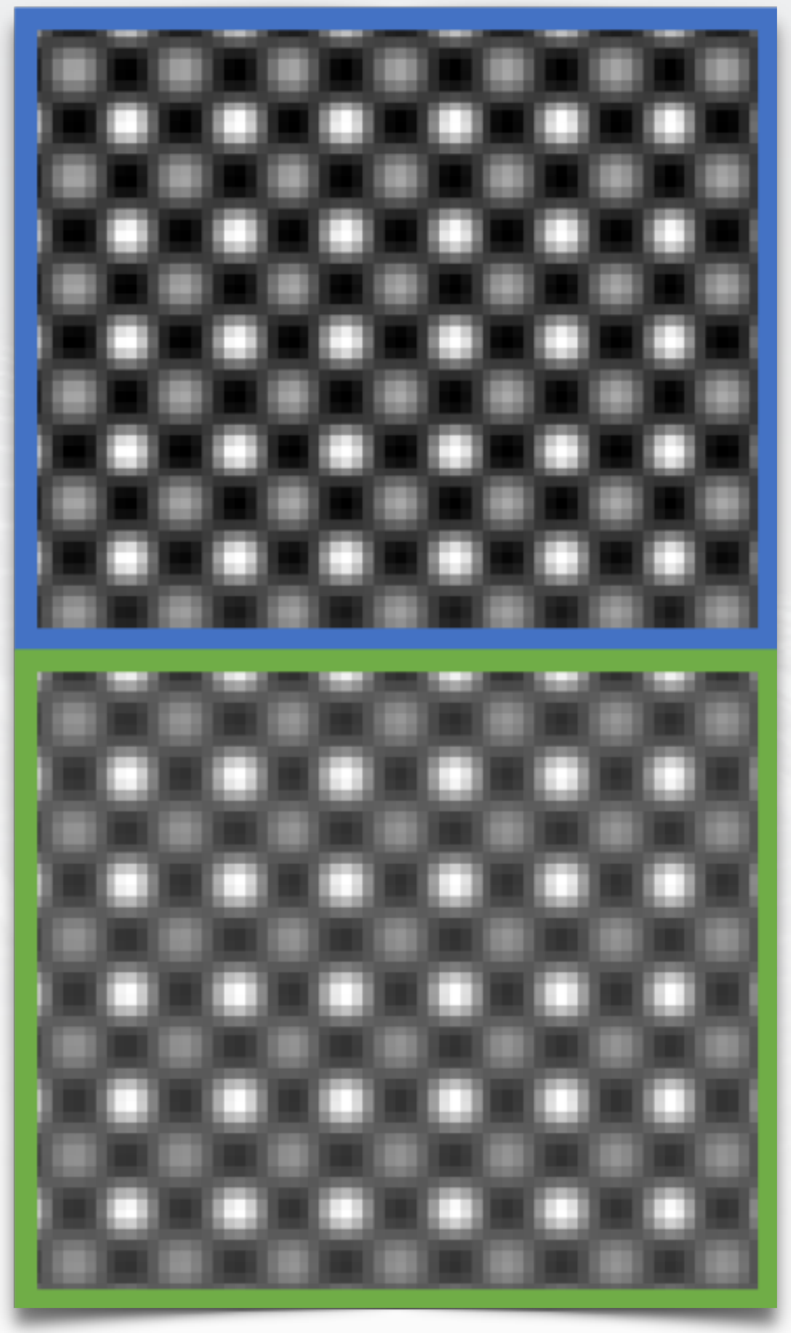
$$\hat{Y} = (Y - \overline{Y}_b) \cdot VV^{\mathsf{T}} + \overline{Y}_b \quad \text{où} \quad \overline{Y}_b = \frac{1}{P}\sum_{p=1}^{P} Y_{p,b} \tag{5}$$

# VALIDATION DE L'ALGORITHME

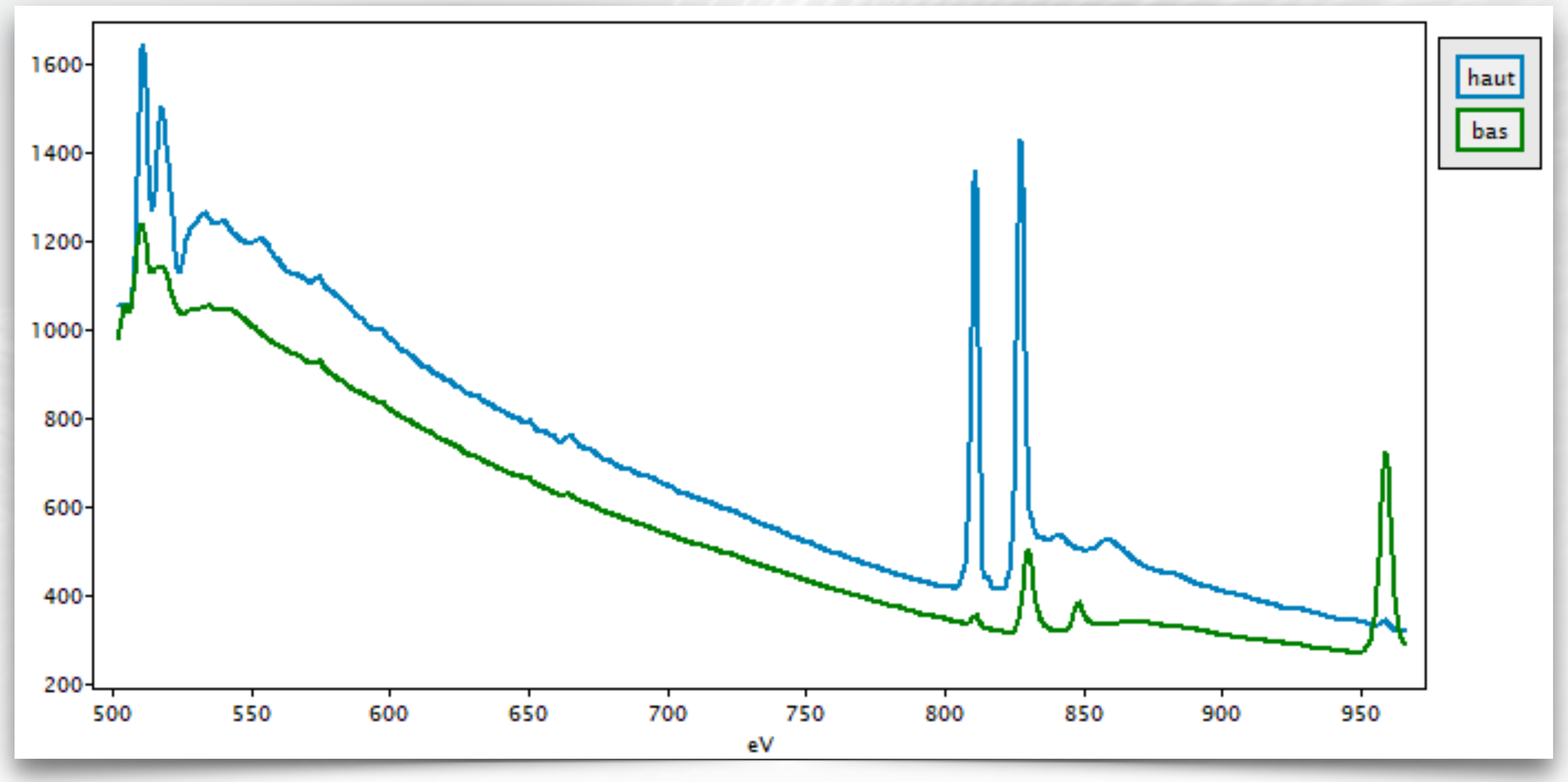
# DONNÉES SYNTHÉTIQUES

- Spim synthétique fourni par Étienne Monier (IRIT, Toulouse)
- Éléments chimiques : oxygène (O), lanthane (La), nickel (Ni) et néodyme (Nd)

- Simulation des trois natures de bruit :
    - gaussien additif
    - poissonnien
    - mixte



(a) Première bande




(b) Spectres de deux pixels différents

Figure 8 : Présentation du Spim synthétique

# CALCULS D'ERREURS

- Trois formules pour $X, Y \in \mathscr{M}_{P,B}$ ou $U, V \in \mathbb{R}^N$:
  - Erreur quadratique moyenne :

$$\text{EQM}(X, Y) = \frac{1}{PB} \sum_{p=1}^{P} \sum_{b=1}^{B} (X_p^b - Y_p^b)^2 \tag{6}$$

  - Signal-to-noise ratio :

$$\text{SNR}(U, V) = 10 \log_{10} \left( \frac{\|U\|_2^2}{\|U - V\|_2^2} \right) \tag{7}$$

  - Structural similarity index :

$$\text{SSIM}(U, V) = \frac{(2\mu_U \mu_V + c_1)(2\sigma_{UV} + c_2)}{(\mu_U^2 + \mu_V^2 + c_1)(\sigma_U^2 + \sigma_V^2 + c_2)} \tag{8}$$

avec $\mu_\bullet$ les moyennes, $\sigma_\bullet$ les variances ou covariance, $c_1 = (0.01)^2$ et $c_2 = (0.03)^2$

# CALCULS D'ERREURS

- Trois formules pour $X, Y \in \mathscr{M}_{P,B}$ ou $U, V \in \mathbb{R}^N$:
  - Erreur quadratique moyenne :

$$\text{EQM}(X,Y) = \frac{1}{PB} \sum_{p=1}^{P} \sum_{b=1}^{B} (X_p^b - Y_p^b)^2 \tag{6}$$

  - Signal-to-noise ratio :

$$\text{SNR}(U,V) = 10 \log_{10} \left( \frac{\|U\|_2^2}{\|U-V\|_2^2} \right) \tag{7}$$

  - Structural similarity index :

$$\text{SSIM}(U,V) = \frac{(2\mu_U \mu_V + c_1)(2\sigma_{UV} + c_2)}{(\mu_U^2 + \mu_V^2 + c_1)(\sigma_U^2 + \sigma_V^2 + c_2)} \tag{8}$$

avec $\mu_\bullet$ les moyennes, $\sigma_\bullet$ les variances ou covariance, $c_1 = (0.01)^2$ et $c_2 = (0.03)^2$

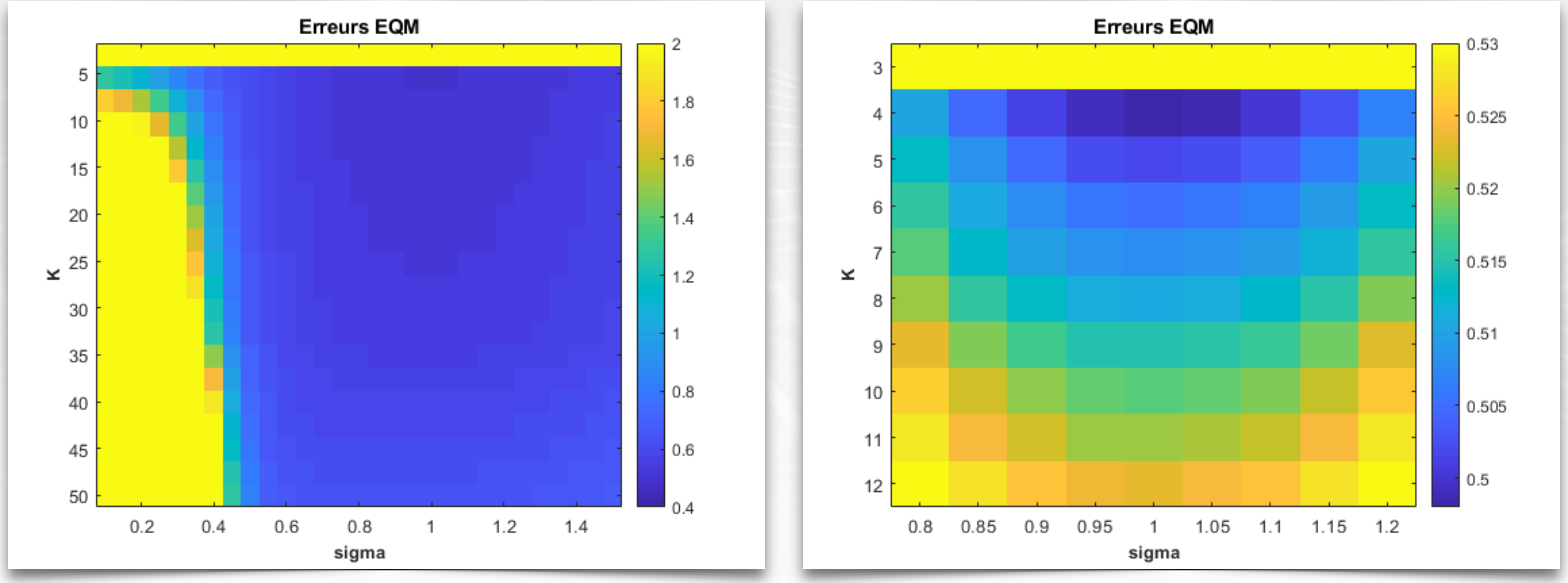
- Même comportement des trois erreurs : nous étudions l'EQM !

# SÉLECTION DE PARAMÈTRES : BRUIT GAUSSIEN

- Ajout d'une variable aléatoire à chaque valeur :

$$Y_p^b = X_p^b + \varepsilon_p^b \quad \text{où} \quad \varepsilon_p^b \sim \mathcal{N}(0,\, \sigma_\varepsilon^2 = 20^2) \text{ iid} \tag{9}$$

- Calculs de l'EQM pour $K$ dans $\{3,4,\ldots,15\} \cup \{20,25,\ldots,50\}$ et `sigma` dans $\{0.1,0.15,\ldots,1.5\}$ :




(a) Initiale (b) Zoom

Figure 9 : EQM pour différents $K$ et `sigma` avec bruit gaussien additif

★ Paramètres optimaux :

$K = 4$

`sigma` $\approx 1.008$

# SÉLECTION DE PARAMÈTRES : BRUIT GAUSSIEN

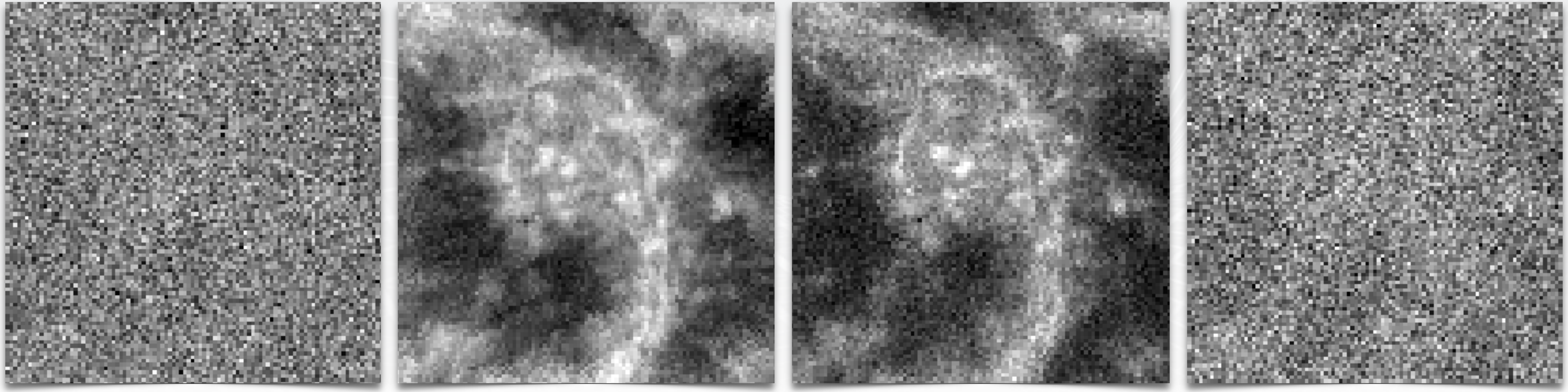
- L'estimation de l'écart-type du bruit par MAD : 19.4
- Une fois réduit, elle vaut : 0.41
- Introduction d'un ratio $r$ qui multipliera l'estimation automatique :

$$\texttt{sigma} = 1.008 = r \times 0.41 = 2.46 \times 0.41 \tag{10}$$

# RÉSULTATS SUR LES DONNÉES RÉELLES

# ÉCHANTILLON BIOLOGIQUE

- Échantillon contenant de l'azote (N), du carbone (C) et de l'oxygène (O)
- Choix de $K$ le nombre de composantes :

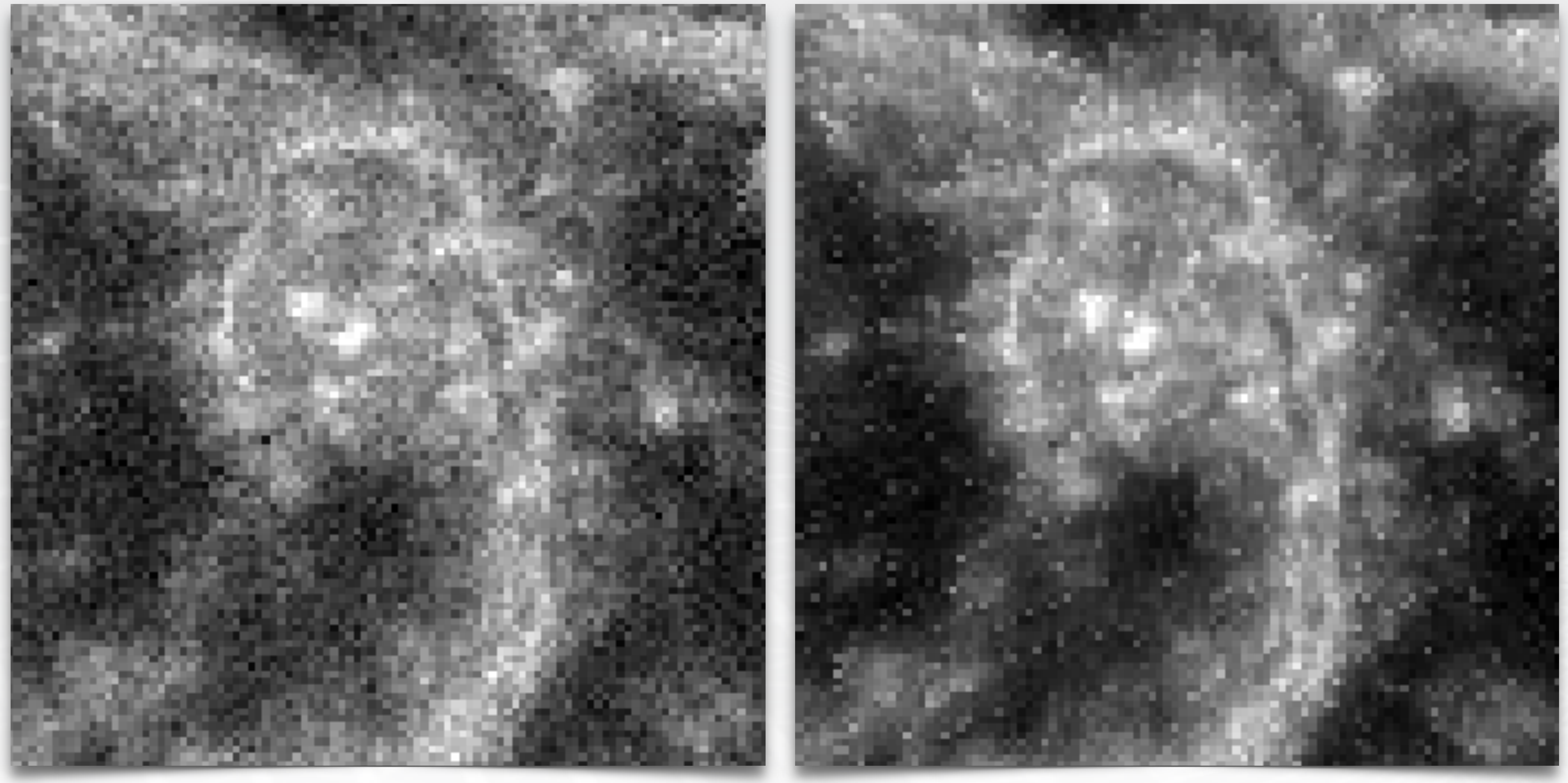


**(a)** Données bruitées **(b)** 2 composantes **(c)** 8 composantes **(d)** 49 composantes

Figure 10 : Cartes chimiques de l'azote pour différents $K$

# ÉCHANTILLON BIOLOGIQUE

- Choix de `sigma` à travers le ratio $r$ :



**(a)** $K = 8$ et $r = 1$ **(b)** $K = 8$ et $r = 8$

Figure 11 : Cartes chimiques de l'azote pour différents $r$

★ Paramètres optimaux :

$$K = 8$$

$$r = 8$$

$$\texttt{sigma} = 8 \times 0.33 = 2.64$$

# ÉCHANTILLON BIOLOGIQUE

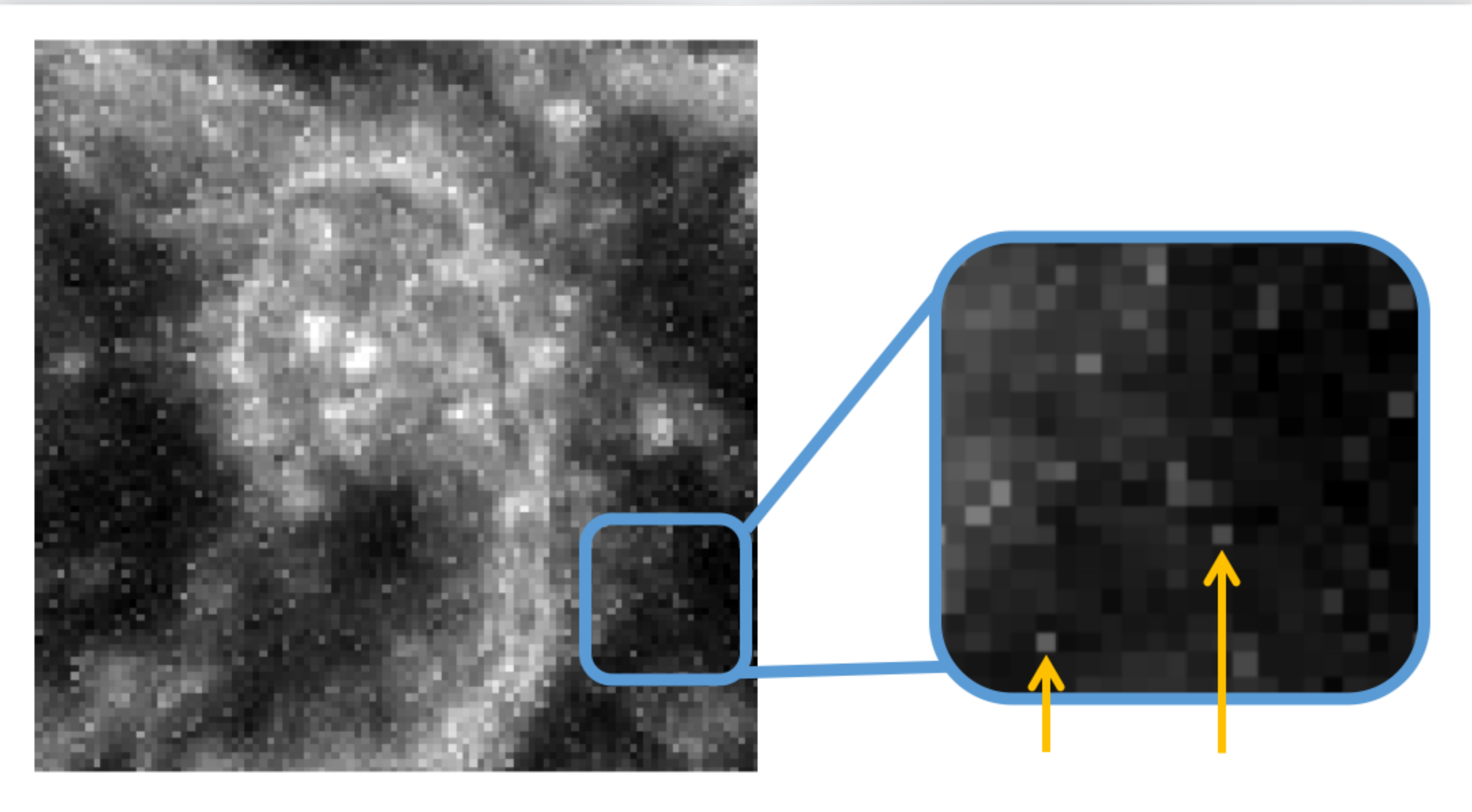


Figure 12 : Pixels blancs qui apparaissent après débruitage

# ÉCHANTILLON $SmCeO_2$

- Échantillon contenant du samarium (Sm) et cérium (Ce)
  - Samarium présent en petite quantité : difficile de le voir apparaître sur sa carte chimique
- Débruitage sur l'hypercube en entier : résultats peu concluant
- Solution : isoler les pics du samarium puis les débruiter

# ÉCHANTILLON $SmCeO_2$ : pics isolés

- Choix de $K$ le nombre de composantes :

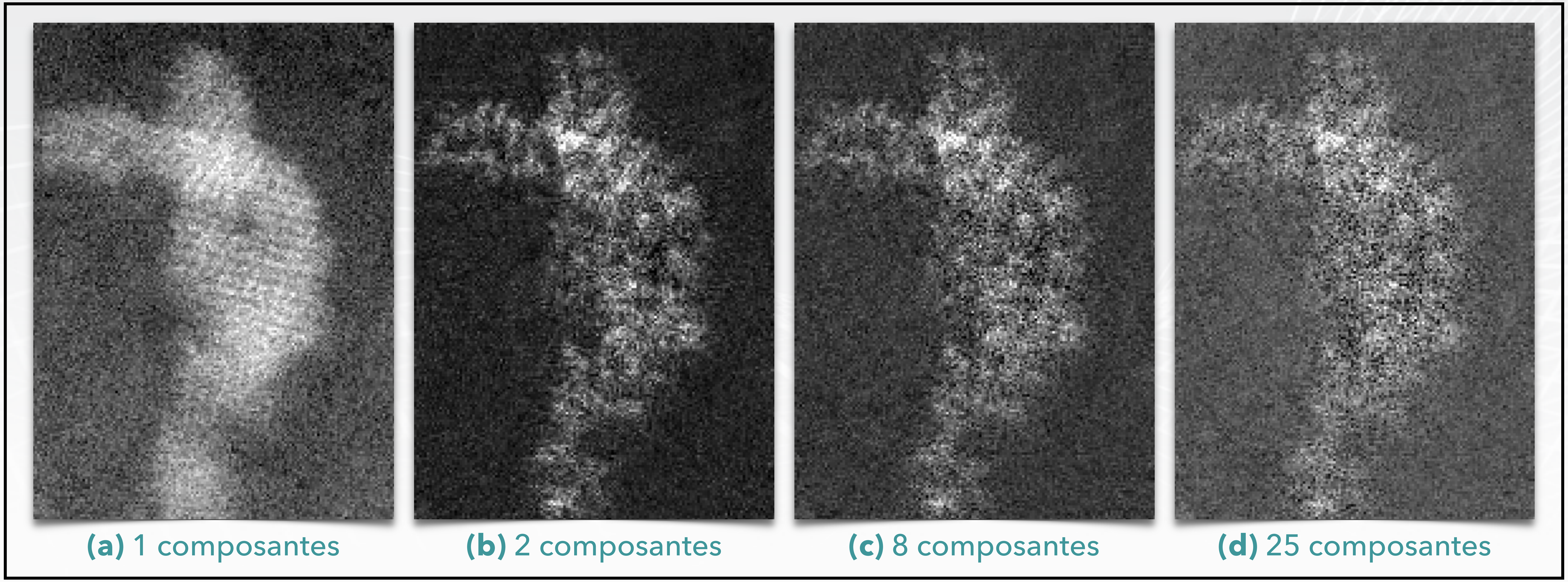
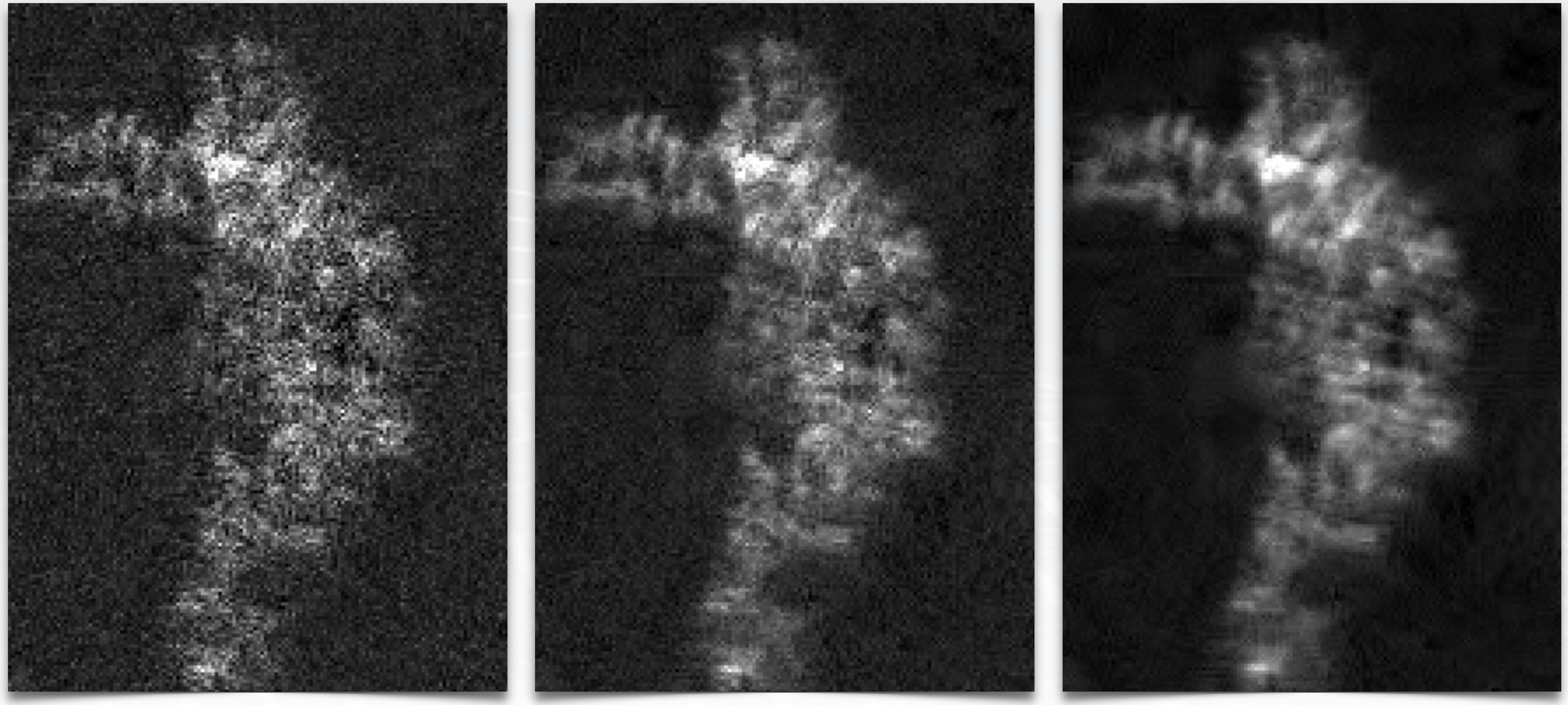



Figure 13 : Cartes chimiques du samarium pour différents $K$

# ÉCHANTILLON $SmCeO_2$ : pics isolés

- Choix de `sigma` à travers le ratio $r$ :



(a) $K = 2$ et $r = 1$ (a) $K = 2$ et $r = 1.5$ (a) $K = 2$ et $r = 2$

Figure 14 : Cartes chimiques du samarium pour différents $r$

★ Paramètres optimaux :

$$K = 2$$

$$r = 1.5$$

$$\texttt{sigma} = 1.5 \times 6.23 = 9.345$$

# CONCLUSION PARTIELLE

- Choix du nombre de composantes $K$ : facile à déterminer
- Choix de `sigma` : plus délicat, permet d'affiner le débruitage
  - Introduction du ratio importante : améliore nettement les résultats
- Spim synthétique trop classique : ne reflète pas le cas du samarium
- Résultats plutôt satisfaisants

# GÉNÉRALISATION DE LA DÉMARCHE

# ADAPTER A-BM3D AU BRUIT POISSONNIEN ET MIXTE

- Données de l'équipe STEM polluées par du bruit mixte $\Longrightarrow$ généraliser l'algorithme afin d'améliorer les résultats
- Outil : transformer préalablement les données afin de convertir le bruit poissonnien ou mixte en bruit gaussien additif

# TRANSFORMÉE D'ANSCOMBE

- Transformée d'Anscombe :

$$\mathcal{T}^{Ans}(y) = 2\sqrt{y + \frac{3}{8}} \tag{11}$$

- $y$ : données avec bruit poissonnien de moyenne $m$
- $\mathcal{T}^{Ans}(y)$ : données avec bruit gaussien de moyenne : $2\sqrt{m + \frac{3}{8}} - \frac{1}{4\sqrt{m}} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{m^{3/2}}\right)$ et d'écart-type : $1 + \mathcal{O}\left(\frac{1}{m^2}\right)$
- Inversion de la transformée d'Anscombe[1] : approximation de l'inverse non biaisée :

$$\mathcal{I}^{Ans}(z) = \frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{3}{2}}z^{-1} - \frac{11}{8}z^{-2} + \frac{5}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}z^{-3} - \frac{1}{8} \tag{12}$$

- Version généralisée : transforme le bruit mixte en bruit gaussien additif

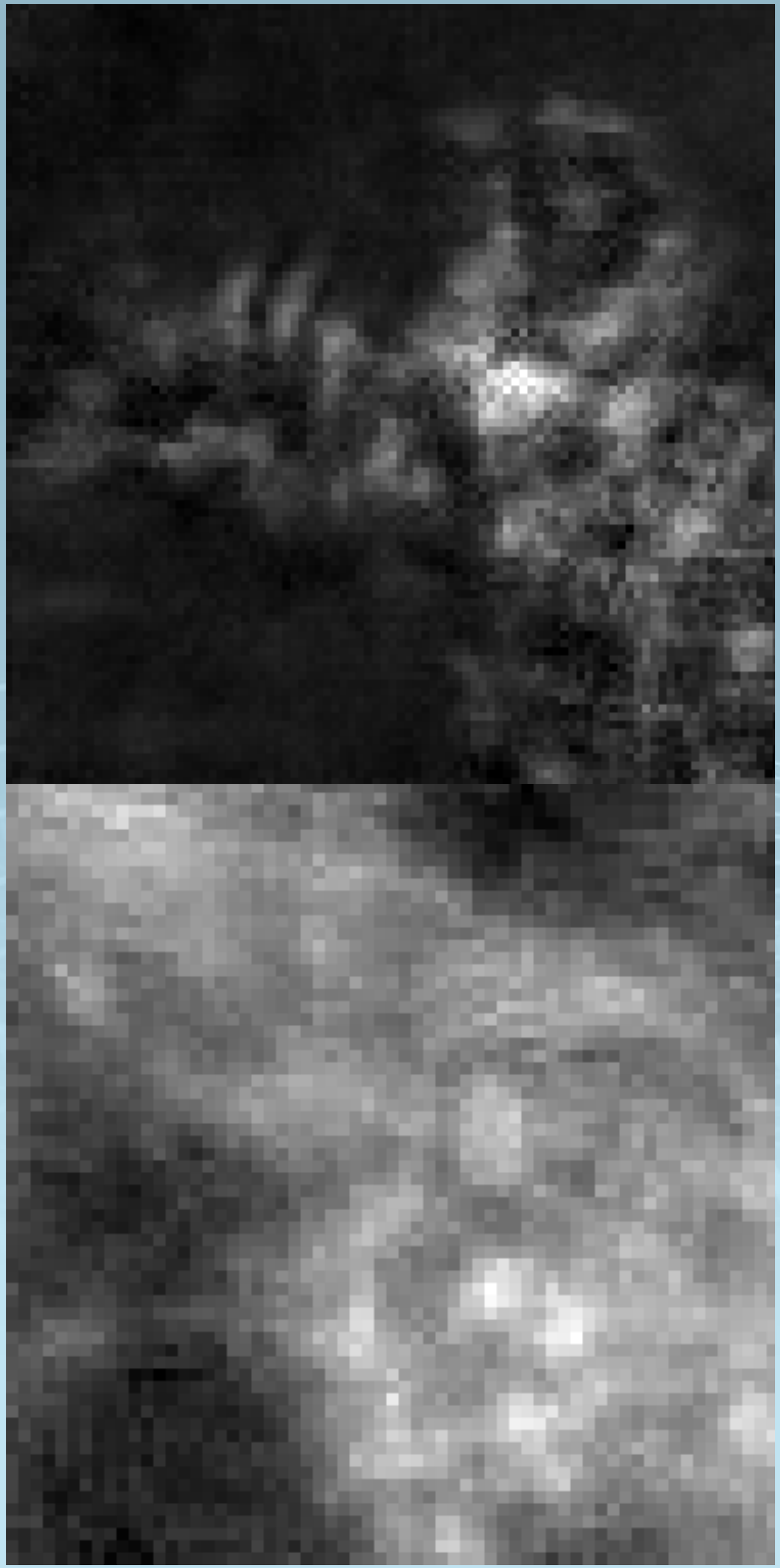
[1] M. Mäkitalo and A. Foi, « A closed-form approximation of the exact unbiased inverse of the Anscombe variance-stabilizing transformation » IEEE Transactions on Image Processing, 20(9) :2697–2698, 2011.

# CONCLUSION

- Transformée d'Anscombe classique et généralisée :
  - Résultats décevants : aucune amélioration !
  - Utilisation de A-BM3D sans transformée
- Données synthétiques :
  - difficiles à construire
  - importantes pour l'ajustement de l'utilisation des algorithmes
  - permet une évaluation quantitative du débruitage
- Approche séquentielle A-BM3D : méthode pas trop lourde et rapide
- Débruitage spatial efficace $\Longrightarrow$ améliorations possibles ?
- Débruitage spectral trop léger $\Longrightarrow$ changer l'ACP par une autre méthode

# AMÉLIORATIONS ET CHANGEMENTS POSSIBLES

- Création d'une base d'images hyperspectrales synthétiques
- Remplacer BM3D par une autre méthode de débruitage spatial 2D
- Remplacer l'ACP par une autre approche par sous-espace : améliorer le filtrage du signal
- Tester une approche jointe : amélioration d'une approche standard
  - Tests de 3D NL-Means : pas de nette amélioration !
- Intégrer du Machine Learning ou du Deep Learning



# MERCI POUR VOTRE ATTENTION !

# VALEUR DEVANT MAD

- X une matrice quelconque, estimateur de l'écart-type :

$$\hat{\sigma} = k \times \text{MAD}(X)$$

- Il faut vérifier :

$$\mathbb{P}(|X - \mu| \leq \text{MAD}) = \frac{1}{2}$$

- Soit :

$$\mathbb{P}\left(\frac{|X-\mu|}{\sigma} \leq \frac{\text{MAD}}{\sigma}\right) = \frac{1}{2} \iff \Phi\left(\frac{\text{MAD}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{-\text{MAD}}{\sigma}\right) = \frac{1}{2}$$

- D'où :

$$\boxed{\frac{\text{MAD}}{\sigma} = \Phi^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 0.67448}$$

- Donc :

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \text{MAD}(Y^b) \ / \ 0.67448$$

# INVERSION DE LA TRANSFORMÉE D'ANSCOMBE

- Inverse directe :

$$\mathcal{I}_A(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^2 - \frac{3}{8}$$

- Inverse asymptotiquement non biaisée :

$$\mathcal{I}_B(z) = \left(\frac{z}{2}\right)^2 - \frac{1}{8}$$

- Inverse non biaisée :

$$\mathcal{I}_C : \mathrm{E}\left[f(z)\,|\,y\right] \mapsto \mathrm{E}\left[z\,|\,y\right]$$

- Pour tout $y$ : $\mathrm{E}\left[z\,|\,y\right] = y$
- Calculer : $\mathrm{E}\left[f(z)\,|\,y\right] = \sum_{z \geq 0} \mathcal{T}^{Ans}(z)p(z\,|\,y)$
- Où : $p(z\,|\,y) = \dfrac{y^z \mathrm{e}^{-y}}{z\,!}$

$$\boxed{\mathrm{E}\left[f(z)\,|\,y\right] = 2\sum_{z \geq 0}\left(\frac{y^z \mathrm{e}^{-y}}{z\,!} \times \sqrt{z + \frac{3}{8}}\right)}$$

# INVERSION DE LA TRANSFORMÉE D'ANSCOMBE

- Approximation de l'inverse non biaisée : ajout d'un terme non constant à $\mathcal{I}_B$
- Ce terme doit vérifier :

$$\begin{cases} \mathcal{I}_C\left(2\sqrt{\frac{3}{8}}\right) = \mathcal{I}_A\left(2\sqrt{\frac{3}{8}}\right) = \mathcal{I}_B\left(2\sqrt{\frac{3}{8}}\right) - \frac{1}{4} = 0 \\ \lim_{z \to +\infty} \mathcal{I}_C(z) - \mathcal{I}_B(z) = 0 \end{cases}$$

$$\implies \tilde{\mathcal{I}}_C(z) = \begin{cases} \mathcal{I}_B(z) - \frac{1}{4}\left[\alpha\left(z\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{-1} + \beta\left(z\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{-2} + (1-\alpha-\beta)\left(z\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^{-3}\right] & \text{si } z \geq 2\sqrt{\frac{3}{8}} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

# INVERSION DE LA TRANSFORMÉE D'ANSCOMBE

- Choix de $\alpha$ et $\beta$ : minimisation du critère suivant :

$$\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{y^2} \tilde{\mathcal{I}}_C \left( \mathrm{E}\left[ f(z) \,|\, y \right] - y \right)^2 \mathrm{d}y$$

$$\Longrightarrow \alpha = -1 \quad \text{et} \quad \beta = \frac{11}{3}$$

$$\boxed{\tilde{\mathcal{I}}_C(z) = \frac{1}{4} z^2 + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{3}{2}} z^{-1} - \frac{11}{8} z^{-2} + \frac{5}{8}\sqrt{\frac{3}{2}} z^{-3} - \frac{1}{8}}$$